De Motu Corporum

& reſiſtentia medii per lineas AC, AP & AK reſpective; & vice verſa.

Corol. 2. Et velocitatis maximæ, quam corpus in infinitum deſcendendo poteſt unquam acquirere, exponens eſt linea AC.

Corol. 3. Igitur ſi in data aliqua velocitate cognoſcatur reſiſtentia medii, invenietur velocitas maxima, ſumendo ipſam ad velocitatem illam datam in ſubduplicata ratione, quam habet vis gravitatis ad medii reſiſtentiam illam cognitam.

PROPOSITIO IX. THEOREMA VII.

Poſitis jam demonſtratis, dico quod, ſi tangentes angulorum ſectoris circularis & ſectoris hyperbolici ſumantur velocitatibus proportionales, exiſtente radio juſtæ magnitudinis: erit tempus omne aſcendendi ad locum ſummum ut ſector circuli, & tempus omne deſcendendi a loco ſummo ut ſector hyperbolæ.

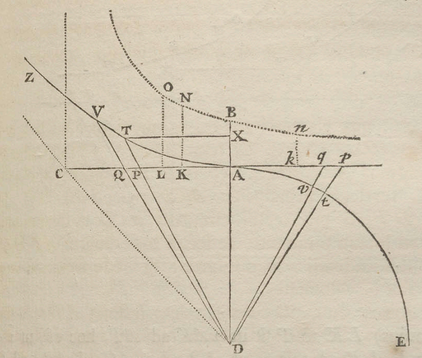
Rectæ AC, qua vis gravitatis exponitur, perpendicularis & æqualis ducatur AD. Centro D ſemidiametro AD deſcribatur tum circuli quadrans AtE; tum hyperbola rectangula AVZ axem habens AX, verticem principalem A, & aſymptoton DC. Ducantur Dp, DP, & erit ſector circularis AtD ut tempus omne aſcendendi ad locum ſummum; & ſector hyperbolicus ATD ut tempus omne deſcendendi a loco ſummo: Si modo ſectorum tangentes Ap, AP ſint ut velocitates.

Caſ. 1. Agatur enim Dvq abſcindens ſectoris ADt & trianguli ADp momenta, ſeu particulas quam minimas ſimul deſcriptas tDv & qDp. Cum particulæ illæ, ob angulum communem D, ſunt in duplicata ratione laterum, erit particula tDv ut $\frac{qDp \times tD\ quad.}{pD\ quad.}$ id eſt, ob datam tD, ut $\frac{qDp}{pD\ quad.}$. Sed $pD\ quad.$ eſt $AD\ quad. + Ap\ quad.$ id eſt, $AD\ quad. + AD \times Ak$, ſeu $AD \times Ck$; & qDp eſt $\frac{1}{2}AD \times pq$. Ergo ſectoris particula tDv eſt ut $\frac{pq}{Ck}$; id eſt, ut

Liber Secundus.

ut velocitatis decrementum quam minimum pq directe, & vis illa Ck quæ velocitatem diminuit inverſe; atque ideo ut particula temporis decremento velocitatis reſpondens. Et componendo fit ſumma particularum omnium tDv in ſectore ADt, ut ſumma particularum temporis ſingulis velocitatis decrefcentis Ap particulis amiſſis pq reſpondentium, uſque dum velocitas illa in nihilum diminuta evanuerit; hoc eſt, ſector totus ADt eſt ut tempus totum aſcendendi ad locum ſummum. *Q. E. D.*

Caſ. 2. Agatur DQV abſcindens tum ſectoris DAV, tum trianguli DAQ particulas quam minimas TDV & PDQ; & erunt hæ particulæ ad invicem ut DTq ad DPq, id eſt (ſi TX & AP parallelæ ſint) ut DXq ad DAq vel TXq ad APq, & diviſim ut $DXq - TXq$ ad $DAq - APq$. Sed ex natura hyperbolæ DXq



$- TXq$ eſt ADq, & per hypotheſin APq eſt $AD \times AK$. Ergo particulæ ſunt ad invicem ut ADq ad $ADq - AD \times AK$; id eſt, ut AD ad $AD - AK$ ſeu AC ad CK: ideoque ſectoris particula TDV eſt $\frac{PDQ \times AC}{CK}$; atque ideo ob datas AC & AD, ut $\frac{PQ}{CK}$, id eſt, ut incrementum velocitatis directe, utque vis generans incrementum inverſe; atque ideo ut particula temporis incremen-

ISAAC NEWTON *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* LONDON, 1726 THE WARNOCK LIBRARY Octavo